2015年度入学試験問題(後期)

数　　学（問　題）

注　意

1)　数学の問題冊子は4ページあり，問題はⅠ，Ⅱ，Ⅲ，Ⅳの4題である。

2)　別に解答用紙1枚があり，**解答はすべてこの解答用紙の指定欄に記入すること。**
指定欄以外への記入はすべて無効である。
計算や下書きは問題用紙の白紙・空白部分を利用して行うこと。

3)　**解答用紙の所定欄に受験番号を記入せよ。氏名を記入してはならない。**
解答用紙の※印の欄には何も記入してはならない。

4)　問題冊子，解答用紙はともに持ち出してはならない。

5)　途中退場または試験終了時には，解答が他の受験生の目に触れないよう，解答用紙の上に問題冊子を重ねて，監督者の許可を得た後に退出すること。

I　(1)～(6)の［　　］の中に，あてはまる数，角度，整式，不等式，記号，語句などを記入せよ。

(1)　以下の式を因数分解せよ。

$x^4 + 4x^2 - 5 =$ ［ア］

$abc + 3ab + bc + 2ca + 6a + 3b + 2c + 6 =$ ［イ］

(2)　ある整数を30で割った結果の小数第1位を四捨五入すると30になる。このような整数のなかで，最大のものは［ウ］，最小のものは［エ］である。

(3)　a，bは定数で，$a < 0$とする。関数$y = ax + b$の定義域は区間$-1 \leqq x \leqq 1$で，値域は区間$-1 \leqq y \leqq 4$であるとき，$a =$［オ］，$b =$［カ］である。

(4)　3次方程式$x^3 + ax^2 - 5x + b = 0$が解1，-2をもつとき，
$a =$［キ］，$b =$［ク］であり，残りの解は［ケ］である。

(5)　等差数列$a_1 = 10$，$a_2 = 17$，……の第n項は$a_n =$［コ］である。そして，$100 \leqq a_n \leqq 200$を満たす項は［サ］個あり，それらの和は［シ］となる。

(6)　袋の中に，色でしか区別できない赤玉，白玉，青玉，黄玉がそれぞれ3個ずつ，合計12個入っている。よくかき混ぜてから，袋から2個の玉を取り出すときそれらが同じ色である確率は［ス］であり，袋から3個の玉を取り出すときそれらの色がすべて異なる確率は［セ］である。

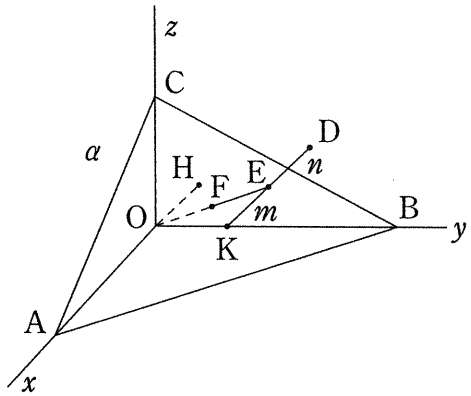
Ⅱ　n は自然数，h は 0 でない実数，p は正数とし，$a_n = (1 + nh)^{-\frac{p}{h}}$ とおく。

(1)　$\lim_{h \to 0} a_n = b_n$ とすると $b_n =$ $\boxed{\text{ソ}}$ である。

(2)　無限級数 $b_1 + b_2 + b_3 + \cdots\cdots + b_n + \cdots\cdots$ の和は $S =$ $\boxed{\text{タ}}$ である。

(3)　正数 p の値を限りなく大きくすることを $p \to +\infty$ と記すことにする。問(2)の S に対して，極限 $\lim_{p \to +\infty} c^p \times S$ が収束するような正数 c の値の範囲は $\boxed{\text{チ}}$ である。

Ⅲ　a, b, c は $a=b=c$ を満たさない正の定数とし，定数 m, n もともに正とする。O を原点とする座標空間において，3 点 A$(a, 0, 0)$, B$(0, b, 0)$, C$(0, 0, c)$ の定める平面を α とすると，α 上の任意の点 P の位置ベクトルは，$u+v+w=1$ を満たす実数 u, v, w によって $\overrightarrow{\mathrm{OP}}=u\times\overrightarrow{\mathrm{OA}}+v\times\overrightarrow{\mathrm{OB}}+w\times\overrightarrow{\mathrm{OC}}$ と表せる。以下，括弧ツ～ニには式または数を，括弧ヌには比を記入せよ。



(1)　原点 O から平面 α に下ろした垂線の足を H とすると，

$$\overrightarrow{\mathrm{OH}}=\boxed{\text{ツ}}\times\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\boxed{\text{テ}}\times\overrightarrow{\mathrm{OB}}+\boxed{\text{ト}}\times\overrightarrow{\mathrm{OC}}$$

が成り立つ。

(2)　点 D(a, b, c) から平面 α に下ろした垂線の足を K とし，線分 KD を $m:n$ に内分する点を E とすると，

$$\overrightarrow{\mathrm{DE}}=\boxed{\text{ナ}}\times\overrightarrow{\mathrm{OH}}$$

が成り立つ。

(3)　直線 OE と平面 α との交点を F とすると，$\overrightarrow{\mathrm{OF}}=\boxed{\text{ニ}}\times\overrightarrow{\mathrm{OE}}$ となり，FH : FK $=\boxed{\text{ヌ}}$ が成り立つ。

Ⅳ　座標平面上において，放物線 $C : y = x^2$ 上の相異なる2点A，およびBにおける，C の接線が点 $\mathrm{P}(a,\ b)$ で交わっているとする。

(1)　△PAB の面積 S を a，b を用いて表すと，［　ネ　］である。

(2)　点Pと直線ABとの距離 L を a，b を用いて表すと，［　ノ　］である。

(3)　点Pが放物線 $y = -x^2 + 3x - \dfrac{9}{4}$ 上を動くとき，問(2)の L は

$a =$［　ハ　］において最小値［　ヒ　］をとる。