

※学士は設問【1】は必須、
【2】又は【3】はどちらか
選択

試験時間 80分

- 注意事項
1. 数学(一般)の用紙は3枚である。3枚とも解答すること。
 2. 3枚とも受験番号と氏名の記入を忘れないこと。
 3. 【2】、【3】は、解答の過程を必ず記すこと。

【1】 次の にあてはまる答えを下の解答欄に記せ。

(1) a と θ を実数とし、2次方程式 $x^2 - \sqrt{7}ax + 3a^3 = 0$ の2つの解を $\sin \theta$, $\cos \theta$ とする。このとき、 a の値は (ア) または (イ) である。ただし、 (ア) < (イ) とする。さらに、 $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{4}$ であれば、 $\sin \theta =$ (ウ) である。

(2) x, y, z を0以上の整数とする。このとき

(i) $x + y + z = 9$ を満たす x, y, z の組の総数は (エ) である。

(ii) $x + y + z \leq 9$ を満たす x, y, z の組の総数は (オ) である。

(iii) $x + y + z \leq 9$ を満たす x, y, z の組のうち、 x, y, z がすべて相異なるものの総数は (カ) である。

(3) a を $0 \leq a \leq 1$ を満たす定数とする。直線 $y = 1 - x$ と x 軸、 y 軸で囲まれた図形を直線 $y = a$ の周りに1回転してできる回転体の体積を $V(a)$ とする。このとき $V(a)$ は、 $0 \leq a < \frac{1}{2}$ ならば (キ) , $\frac{1}{2} \leq a \leq 1$ ならば (ク) と a を用いて表される。また、 $V(a)$ のとり得る値の範囲は (ク) である。

(4) 1辺の長さが2の正四面体 $OABC$ がある。辺 OA の中点を M 、辺 OB の中点を N とする。 $\vec{OA} = \vec{a}$, $\vec{OB} = \vec{b}$, $\vec{OC} = \vec{c}$ とおく。

このとき、 $\cos \angle MCN$ の値は (コ) である。また、頂点 O から平面 MNC に下ろした垂線と平面 MNC の交点を H とするとき、 \vec{OH} を $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ を用いて表すと、 $\vec{OH} =$ (ケ) $\vec{a} +$ (セ) $\vec{b} -$ (ス) \vec{c} である。さらに、直線 OH と平面 ABC の交点を F とするとき、 $\frac{OH}{HF}$ の値は (セ) である。

【2】 $AB = 3$, $BC = 5$, $CD + DA = 12$ である四角形 $ABCD$ が円に内接している。 $CD = x$ とおく。次の問いに答えよ。

(1) $AC = 3\sqrt{6}$ のとき、 x の値を求めよ。

(2) x のとり得る値の範囲を求めよ。

(3) 四角形 $ABCD$ の面積の最大値を求めよ。

(4) 四角形 $ABCD$ の4辺すべてが接する円が存在するとき、 x の値を求めよ。

【3】 双曲線 $\frac{x^2}{2} - y^2 = 1$ に対し、双曲線上の点 $P(a, b)$ における接線を l とする。ただし、 $a > 0$ とする。

(1) l の方程式が $\frac{ax}{2} - by = 1$ で与えられることを示せ。

(2) l に垂直な双曲線の接線 m が引けるための a の条件を求めよ。

(3) a が(2)の条件を満たすとす。双曲線上の点 $Q(c, d)$ における接線が l に垂直に交わるように点 Q を定める。ただし、 $d > 0$ とする。 O を原点とすると、 $\triangle OPQ$ の面積を最小にする a の値を求めよ。