

数学

●医学部

一般入試

時間 = 100分

1 空欄にあてはまる適切な数, 式, 記号などを解答用紙の所定の欄に記入しなさい。

(1) 複素数 $\alpha = \sqrt{3} - i$, $\beta = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$, $\gamma = k + ki$ (k は実数) に対して, 複素数 $(\alpha\beta)^{-10}$ の偏角は である。ただし $0 \leq \arg(\alpha\beta)^{-10} < 2\pi$ とする。複素数 γ が表す点を中心として複素数 α が表す点を $\frac{\pi}{3}$ だけ回転した点の表す複素数が $\alpha\beta$ になるような実数 k の値は である。

(2) 次の表は, 5人の学生に10点満点の2種類のテストを行った得点 x (点) と y (点) の結果である。

学生の番号	1	2	3	4	5
x	4	5	3	6	2
y	8	4	6	3	9

2つの変数 x , y の共分散の値は である。

(3) $0 < x < y < z$ である整数 x , y , z が方程式 $xyz = xy + yz + zx$ を満たしている。このとき $x + y + z$ の値は である。

(4) $\sin 18^\circ + \cos 36^\circ$ の値は である。

(5) 数列 $\{a_n\}$ は $a_1 = 1$, $a_{n+1} = 2a_n + 1$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) を満たすとする。 a_n がはじめて 100000 を超えるような自然数 n の値は である。ただし, $0.3 < \log_{10} 2 < 0.31$ とする。

(6) ある製品を製造する4つの機械 X , Y , Z , W があり, X の製品には 1%, Y の製品には 2%, Z の製品には 1%, W の製品には 2% の不良品がそれぞれ含まれている。 X の製品 200個と Y の製品 300個と Z の製品 300個と W の製品 200個を混ぜた中から1個を選び出す。選び出された製品が不良品であったときに, それが機械 W の製品である確率は である。

(7) ちょうど3人の子供がいる家庭を考える。3人の子供が(男, 男, 男)(男, 男, 女)(男, 女, 男)(男, 女, 女)(女, 男, 男)(女, 男, 女)(女, 女, 男)(女, 女, 女)である確率は各々 $\frac{1}{8}$ であるとする。この家庭を訪問したところ1人の女の子が顔を出したとして, 残りの2人の子供がどちらも男の子である確率は である。

2 空欄にあてはまる適切な数、式、記号などを解答用紙の所定の欄に記入しなさい。

(1) 定積分 $\int_{2x}^0 |3 \cos x - \sqrt{3} \sin x| dx$ の値は である。

(2) 定積分 $\int_1^0 \frac{x^2 + x - 1}{x^2 + x + 1} dx$ の値は である。

(3) $y = 8x^3 (x \geq 0)$ の逆関数を $y = g(x)$ とし、 $y = e^{3x}$ の逆関数を $y = h(x)$ とする。定積分 $\int_2^3 (x-1)g(x-2)dx$ の値は であり、定積分 $\int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{3}} xh(x^2-1)dx$ の値は である。

(4) 座標平面上の曲線 $y = \frac{1}{\cos x}$ と 2 直線 $x = -\frac{\pi}{3}$, $x = \frac{\pi}{3}$ および x 軸とで囲まれた部分の面積は である。

(5) 座標平面上の点 (x, y) が曲線 $4x^2 + 9y^2 - 24x = 0$ の上を動くとき、 $x^2 + y^2 - 6x$ の最小値は である。

(6) $m > 0$ とする。曲線 $C: y = x^3 - 4x^2 + 3x + 1$ と直線 $y = 3x + m$ の共有点は異なる 2 点 A, B であるとする。点 P が曲線 C 上を A から B まで動くとき、 $\triangle ABP$ の面積の最大値は である。また、そのときの点 P の x 座標の値は である。

3 n は (10 進法で表したとき) 5 桁の正の整数とする。 n' を n の数の並びを変えた 5 桁以下の整数とする (例えば $n = 54321$, $n' = 21354$ あるいは $n = 15910$, $n' = 9511$ など)。このとき、 $n - n'$ は常に 9 の倍数であることを証明しなさい。