

# 数 学

(医 学 部)

— 2月3日 —

解答はすべて解答用紙に記入して提出しなさい。



次の空欄を埋めなさい。

解答は、分数の場合には既約分数の形で、自然数の根号を含む場合には根号の中が最小の自然数となる形で書きなさい。

1 (1) 方程式  $2^{2x+2} - 33 \cdot 2^x + 8 = 0$  の解は  $x =$  ,  である。ただし,   $<$   とする。

(2) 2つのベクトル  $\vec{a}, \vec{b}$  において,  $|\vec{a}| = 2, |\vec{b}| = 3$  で  $\vec{a} - \vec{b}$  と  $2\vec{a} + \vec{b}$  が垂直であるとする。  $\vec{a}$  と  $\vec{b}$  のなす角を  $\theta$  とするとき,  $\cos \theta =$   であり,  $|\vec{a} + 2\vec{b}| =$   である。

(3) 袋の中に赤玉が7個, 白玉が3個入っている。袋の中から1個の玉を取り出し, その玉の色を確認してから袋の中に戻すものとする。この試行を3回繰り返したとき, 3回とも同じ色の玉である確率は  であり, 赤玉が2回, 白玉が1回である確率は  である。

(4) 4で割ると1余り, 7で割ると2余る3桁の自然数は  個ある。

2  $xy$  平面において原点  $O$  を中心とする半径1の円を  $C$  とする。点  $(\cos \theta, \sin \theta)$  ( $0 \leq \theta \leq \pi$ ) における  $C$  の接線を  $\ell$  とし,  $\ell$  に関して点  $A(1, 0)$  と対称な点を  $P(x, y)$  とする。ただし,  $\theta = 0$  のとき, 点  $P$  は点  $A$  とする。

(1)  $\theta = \frac{\pi}{4}$  のとき, 点  $P$  の座標は (, ) である。

(2) 点  $A$  と接線  $\ell$  の距離を  $\theta$  を用いて表すと  である。

(3)  $x, y$  をそれぞれ  $\theta$  を用いて表すと,  $x =$  ,  $y =$   である。  $x$  は  $\theta =$   のとき, 最大値  をとり,  $y$  は  $\theta =$   のとき, 最大値  をとる。

(4) 点  $P$  が描く曲線の長さは  である。

**3**整式  $f(x)$  は、次数が  $n$  であり

$$f(0) = 1^{n+1}, f(1) = 2^{n+1}, \dots, f(n) = (n+1)^{n+1}$$

を満たしている。例えば、 $n=1$  のとき  $f(x)$  は 1 次式で  $f(0) = 1^2$  かつ  $f(1) = 2^2$  であるから、 $f(x) = 3x+1$  である。(1)  $n=2$  のとき  $f(x) = \boxed{\text{ア}}$  であり、3 次式  $(x+1)^3 - f(x)$  を因数分解すると  $\boxed{\text{イ}}$  である。(2)  $n=3$  のとき 4 次式  $(x+1)^4 - f(x)$  を因数分解すると  $\boxed{\text{ウ}}$  である。よって、 $f(4) = \boxed{\text{エ}}$  であり、 $f(x)$  の  $x^3$  の係数は  $\boxed{\text{オ}}$  である。(3)  $n$  を用いて表すと  $f(-1) = \boxed{\text{カ}}$  である。(4)  $a_n = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{(x+1)^n}$  と定める。この数列の初項は  $a_1 = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x+1}{x+1} = 3$  であり、一般項は  $a_n = \boxed{\text{キ}}$  である。