平成２９年度一般入学試験問題

数　　学

【注意事項】

1. この問題冊子には答案用紙が挟み込まれています。試験開始の合図があるまで問題冊子を開いてはいけません。
2. 試験開始後，問題冊子と答案用紙の受験番号欄に受験番号を記入しなさい。
3. 問題冊子には**計 3 問**の問題が**数 1〜数 4 ページ**に記載されています。落丁，乱丁および印刷不鮮明な箇所があれば，手をあげて監督者に知らせなさい。
4. 答案には，必ず鉛筆（黒「HB」「B」）またはシャープペンシル（黒「HB」「B」）を使用しなさい。
5. 解答は答案用紙の指定された場所に記入しなさい。ただし，解答に関係のないことが書かれた答案は無効にすることがあります。
6. 問題冊子の余白は下書きに利用しても構いません。
7. 問題冊子および答案用紙はどのページも切り離してはいけません。
8. 問題冊子および答案用紙を持ち帰ってはいけません。

受験番号	

$\boxed{1}$ 次の(1)から(4)までの各問に答えなさい。［配点 80 点］

(1) 3 つの整数 55, 97, 118 は，2 以上の正の整数 X で割ると余りがすべて等しくなる。このような整数 X をすべて求めなさい。［20 点］

(2) 次の等式

$$\lim_{x \to 2} \frac{\sqrt{x^2 + ax} + b}{x^2 - 4} = \frac{1}{4}$$

が満たされるとき，実数 a, b の値を求めなさい。［20 点］

$\boxed{1}$ （続き）

(3) a, b を実数とする。2 次方程式 $x^2 + ax + b = 0$ の 2 つの解 α, β が同符号の異なる実数で，$0 < \alpha + \beta < 2$ となるための条件を a, b を用いて表しなさい。また，その条件が表す領域を ab 平面に図示しなさい。［20 点］

(4) 四角形 ABCD は半径 r の円に内接し，$\overrightarrow{\mathrm{AC}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{BD}} = 0$, $\overrightarrow{\mathrm{AB}} + \overrightarrow{\mathrm{AD}} = \overrightarrow{\mathrm{AC}}$ を満たす。四角形 ABCD の 4 辺の長さの和を r を用いて表しなさい。［20 点］

$\boxed{2}$ xyz 空間内の xz 平面上に放物線 $C_1 : z = 1 - x^2$, yz 平面上に放物線 $C_2 : z = 1 - y^2$ がある。C_2 を，その頂点が放物線 C_1 上を動くように，空間内で平行移動させてできる曲面を S とし，曲面 S と xy 平面で囲まれた立体を V とする。このとき，次の問に答えなさい。［40 点］

(1) s を $-1 \leqq s \leqq 1$ を満たす実数とする。立体 V の平面 $x = s$ による切り口の面積を，s を用いて表しなさい。

(2) 立体 V の体積を求めなさい。

(3) 立体 V の xy 平面に接している部分の図形の境界を表す方程式を x, y を使って表しなさい。

(4) t を $0 \leqq t \leqq 1$ を満たす実数とする。立体 V の平面 $z = t$ による切り口の図形の境界を表す x, y の方程式を x, y, t を使って表し，立体 V の表面積を求めなさい。ただし，xy 平面に接している部分の面積も含むものとする。

$\boxed{3}$ $z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$ を，$r > 0$，$0 \leqq \theta < \dfrac{\pi}{2}$ を満たす複素数とする。このとき，次の問に答えなさい。［30 点］

(1) $z^4 = 2 - 2\sqrt{3}\,i$ が成り立つとき，r と θ を求めなさい。

(2) $\dfrac{z}{2} + \dfrac{2}{z}$ が実数となるような r と θ を求めなさい。

(3) $\dfrac{z}{2} + \dfrac{2}{z}$ が実数で，その値が 0 以上 3 以下であるような点 z はどのような図形を描くか，複素数平面上に図示しなさい。