2017 年度入学試験問題(後期)

数　　学（問　題）

注　意

1)　数学の問題冊子は４ページあり，問題はⅠ，Ⅱ，Ⅲ，Ⅳの４題である。

2)　別に解答用紙１枚があり，**解答はすべてこの解答用紙の指定欄に記入すること。**
指定欄以外への記入はすべて無効である。
計算や下書きは問題用紙の白紙・空白部分を利用して行うこと。

3)　**解答用紙の所定欄に受験番号を記入せよ。氏名を記入してはならない。**
なお，記入した受験番号が誤っている場合や無記入の場合は，数学の試験が無効となる。
解答用紙の※印の欄には何も記入してはならない。

4)　問題冊子，解答用紙はともに持ち出してはならない。

5)　試験終了時には，問題冊子の上に解答用紙を裏返して置くこと。解答用紙，問題冊子の回収後，監督者の指示に従い退出すること。

◇M5 (581—64)

Ⅰ (1)～(5)の $\boxed{}$ の中に，あてはまる数，角度，整式，不等式，記号，語句などを記入せよ。

(1) 1次不定方程式 $29x+2017y=1$ のすべての整数解を整数 n を用いて表すと $\boxed{ア}$ となる。この整数解の組の中で $|x+y|$ を最小とする $(x,\ y)$ の組は $\boxed{イ}$ である。

(2) $x=\dfrac{2}{\sqrt{3-\sqrt{5}}}$，$y=\dfrac{2}{\sqrt{3+\sqrt{5}}}$ のとき，$x^2+y^2=\boxed{ウ}$，

$x^3+x^2y+xy^2+y^3=\boxed{エ}$，$\dfrac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}=\boxed{オ}$ である。

(3) 次の表はID 1から10の10人の受験者のMとEの科目の得点を示したものである。Mの平均値は $\boxed{カ}$，中央値は $\boxed{キ}$，分散は $\boxed{ク}$ である。この表のEの得点に一人だけ誤ったデータが含まれている。Eの平均値と分散がMと同じであるとき，ID $\boxed{ケ}$ のEの得点の正しい値は $\boxed{コ}$ である。このときMとEの相関係数は $\boxed{サ}$ である。

ID	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
M	6	9	6	4	7	5	5	7	3	8
E	6	8	5	4	5	7	6	7	2	9

(4) $\triangle$ABCの$\angle$Aの二等分線と対辺BCとの交点をDとする。$\mathrm{AB}=4$，$\mathrm{AC}=12$，$\angle\mathrm{A}=\dfrac{\pi}{3}$ のとき，$\mathrm{BC}=\boxed{シ}$，$\mathrm{BD}=\boxed{ス}$，$\mathrm{CD}=\boxed{セ}$，$\mathrm{AD}=\boxed{ソ}$ である。

(5) 複素数 $\alpha=\cos\dfrac{3}{4}\pi+i\sin\dfrac{3}{4}\pi$ とおくとき，

$\alpha+\alpha^3+\alpha^5+\alpha^7=\boxed{タ}$，

$\dfrac{1}{1-\alpha}+\dfrac{1}{1-\alpha^3}+\dfrac{1}{1-\alpha^5}+\dfrac{1}{1-\alpha^7}=\boxed{チ}$，

$\dfrac{\alpha}{1-\alpha}+\dfrac{\alpha^3}{1-\alpha^3}+\dfrac{\alpha^5}{1-\alpha^5}+\dfrac{\alpha^7}{1-\alpha^7}=\boxed{ツ}$ である。

Ⅱ　xy 平面上の放物線 $y=m(x-p)^2$（ただし，$m>0$）と円 $(x-p)^2+(y-q)^2=r^2$ が異なる４点A，B，C，Dで交わっている。A，B，C，Dの x 座標を，それぞれ a，b，c，d（ただし，$a<b<c<d$）とする。

(1)　$a+b+c+d=$ $\boxed{\text{テ}}$ である。

(2)　a，b，c，d が初項０，公差 k とする等差数列をなすとき，k を p を用いて表すと $k=$ $\boxed{\text{ト}}$ である。

(3)　ACとBDの交点をEとする。A，B，C，Dが(2)の条件を満たすときEの座標を p と m を用いて表すと $\boxed{\text{ナ}}$ である。

(4)　さらに，ACとBDが直交するとき，円の方程式を p を用いて表すと $\boxed{\text{ニ}}$ である。

(5)　p が(4)の条件を満たしながら変化する時，円の中心の軌跡を $\boxed{\text{ヌ}}$ に図示せよ。

III　2チームが対戦して勝ち負けを決める球技(ただし，引き分けはない)があり，A，B，Cの3チームがこの球技を行う大会に参加することになった。AとB，BとC，CとAがそれぞれ対戦したときに勝利する確率の比はそれぞれ$a:b$，$b:c$，$c:a$（ただし，a，b，cは$a+b+c=1$，$c \leqq b \leqq a$を満たす正の実数）であるとする。以下の問に答えよ。なお，確率を答えるときは，$X=\dfrac{bc}{a}$を用い，aとXの関数として記述すること。

(1) A，B，Cの3チームがリーグ戦(すべての組合せを一回ずつ対戦)を行う。このリーグ戦では，あるチームが2勝した場合に限りそのチームを優勝とし，3チームが1勝1敗で並んだときには優勝チームを決めないものとする。このリーグ戦でAが優勝する確率は$P_1=$ $\boxed{\text{ネ}}$ である。また，このリーグ戦で優勝チームが決まったときにその優勝チームがAである確率は$P_2=$ $\boxed{\text{ノ}}$ である。

(2) Aがシード権を獲得しているトーナメント形式の対戦を考える。まずBとCが対戦し，その勝者がAと対戦して，この対戦に勝ったチームが優勝となる。このとき，Aが優勝する確率は$P_3=$ $\boxed{\text{ハ}}$ である。

(3) 3チームが等しい確率のくじを引いて対戦相手を決めるトーナメント形式の対戦を考える。先にくじによって決められた2チームが対戦し，その勝者が残りの1チームと対戦して，この対戦に勝ったチームが優勝となる。このとき，Aが優勝する確率は$P_4=$ $\boxed{\text{ヒ}}$ である。

(4) 以上のP_1，P_3，P_4の確率を比較することで，この3つの対戦方法の中で，どの方法がAにとって最も有利な対戦方法だと考えられるか。その対戦方法を理由とともに $\boxed{\text{フ}}$ に記せ。

Ⅳ xyz 空間において，原点 O(0，0，0)と点 A(1，1，1)を結ぶ線分 OA を中心軸とした半径 1 の円柱の内部のうち，$0 \leqq x$，$0 \leqq y$，$0 \leqq z$ を満たす範囲に含まれる体積 V を求めよ。