

数 学 (全1の1)

次の  に適切な解を入れよ。複数の解がある場合は、コンマで区切ってすべての解を記入すること。

1.  $x, y$  を 1 以上の整数とする。

- (1)  $xy = 12$  を満たす  $x, y$  の組み合わせをすべて求めると  $(x, y) =$   となる。  
 (2)  $xy + 2x - y - 14 = 0$  を満たす  $x, y$  の組み合わせをすべて求めると  $(x, y) =$   となる。  
 (3)  $\frac{4}{x} - \frac{5}{y} + 1 = 0$  を満たす  $x, y$  の組み合わせをすべて求めると  $(x, y) =$   となる。

2.  $0 \leq x \leq \pi$  のとき、 $f(x) = \int_x^{2x} \sin 2t \, dt$  は  $x =$   で最小値  をとる。また、最大値は  である。

3.  $a_n = n^2 - n + 1$  で定められる数列  $\{a_n\}$  があり、 $b_k = a_{3k-1}$  と定められる数列  $\{b_k\}$  とする。ただし、 $n$  と  $k$  は 1 以上の整数とする。

$b_k$  が 3 桁の整数であるとき、 $k$  の最小値を  $\ell$ 、最大値を  $m$  とすると  $\ell =$   であり、 $m =$   である。このとき、 $\sum_{k=\ell}^m b_k =$   となる。

4.  $xy$  座標平面上の 4 つの点が  $(x_n, y_n) = \left( \cos\left(\theta + \frac{n\pi}{2}\right), c + \sin\left(\theta + \frac{n\pi}{2}\right) \right)$ , ( $n = 0, 1, 2, 3$ ) で与えられるとき、これら 4 つの点を順に結んでできる正方形を考える。ただし、 $c$  は実数、 $0 \leq \theta < \frac{\pi}{4}$  とする。

- (1) この正方形の 1 辺の長さは  である。  
 (2) どのような  $\theta$  ( $0 \leq \theta < \frac{\pi}{4}$ ) の値に対しても、この正方形が  $x$  軸と共有点をもつ  $c$  の範囲は  である。  
 (3)  $c = \frac{\sqrt{3}}{2}$  のとき、この正方形が  $x$  軸と共有点をもつ  $\theta$  の範囲は  である。

5. 毎回、同じ確率で A, B, C, D のいずれかの記号が出るクジがある。

- (1) 4 回引いて、4 種類がすべて出る確率は  である。  
 (2) 5 回引いて、いずれか 2 種類のみが出る確率は  である。  
 (3) 5 回目に初めて 4 種類がすべて出る確率は  である。

6. 次の計算をしなさい。

- (1)  $x > 0$  のとき、 $\frac{d}{dx}(x^{\cos x}) =$    
 (2) 不定積分  $\int \frac{4}{x^7(x^{-6} + 1)^{\frac{1}{3}}} dx =$

