

平成29年度入学試験問題（一般入試）

数 学

注 意

1. 問題冊子は6ページ、解答紙は2枚である。問題冊子は、指示があるまで開かないこと。
2. 解答開始前に、試験監督者の指示にしたがって、すべての解答紙それぞれ2ヶ所に受験番号を記入すること。
3. 「始め」の合図があったら、問題冊子のページ数を確認すること。
4. 解答は、黒色鉛筆(シャープペンシルも可)を使用し、すべて所定の欄に記入すること。欄外および裏面には記入しないこと。
5. 試験終了後、監督者の指示に従って、解答紙の順番をそろえること。
6. 下書き等は、問題冊子の余白を利用すること。
7. 解答紙は持ち帰らないこと。

1 空欄にあてはまる適切な数、式、記号などを解答用紙の所定の欄に記入しなさい。

(1) 3次方程式  $x^3 + a^2x^2 + a^2x - a = 0$  ( $a$  は 0 でない実数の定数) が純虚数を解にもつとき  $a^3 + 2a^2 + 3a$  の値は  である。

(2) 座標平面において、次の連立不等式が表す領域の面積は  である。

$$\begin{cases} -2 \leq x \leq 2 \\ x \leq y \leq 1-x \end{cases}$$

(3) 1 から 437 までの自然数で 437 と互いに素であるものの個数は  である。

(4)  $k \leq 0$  とする。  $x$  の方程式  $x^3 - 3x^2 + 3kx - 1 = 0$  が (重複する場合も含めて) 3 つの実数解をもつような実数  $k$  の最大値は  である。

(5) 実数  $x, y, z$  が

$$\begin{cases} x < y \\ x + y + z = 3 \\ xyz = 1 \end{cases}$$

の 3 つの条件を満たすとき  $xy + yz + zx$  の最大値は  である。

(6)  $\sin 15^\circ + \cos 15^\circ + \tan 75^\circ$  の値は  である。

(7) 半径 1 の球に内接する正四面体の体積は  である。

(8) 複素数平面上で方程式  $2iz\bar{z} + z - \bar{z} - 4i = 0$  が表す曲線で囲まれた図形の面積は  である。

2 空欄にあてはまる適切な数、式、記号などを解答用紙の所定の欄に記入しなさい。

(1) 曲線  $y = \sqrt{x}$  ( $0 \leq x \leq 1$ ) と直線  $y = x$  で囲まれた部分を直線  $y = x$  の周りに 1 回転させてできる立体の体積は  である。

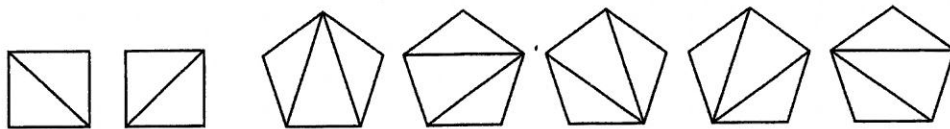
(2) 数列の極限  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{n}{24n^2 + 2nk - k^2}$  の値は  である。

(3) 定積分  $\int_2^1 \sqrt{-1 + \frac{2}{x}} dx$  の値は  である。

(4) 実数  $x$  に対して、方程式  $\frac{1}{\sin^2 x} - \sqrt{4\pi^2 - x^2} = 0$  の解の個数は  である。

(5) 2つの関数  $f(x)$  と  $g(x)$  はすべての実数  $x$  に対して  $\int_0^x f(t) dt = \int_a^{f(x)} g(t) dt = x^2 + 3x$  を満たしている。このとき、定数  $a$  の値は  であり、 $g(1)$  の値は  である。

(6) 正  $(n+2)$  角形の中に、内部で互いに交わらない対角線を  $n-1$  本引いて、多角形の辺と合わせて  $n$  個の三角形に分割する方法の総数を  $c_n$  で表す。たとえば、 $c_2 = 2$ 、 $c_3 = 5$  である(下の図)。 $c_4$  の値は  であり、 $c_5$  の値は  である。



3

- (1) 関数 $f(x)$ が $x = a$ で微分可能ならば、 $f(x)$ は $x = a$ で連続であることを定義に基づいて証明しなさい。
- (2) 関数 $f(x)$ は $x = 0$ で微分可能であるが、その導関数 $f'(x)$ は $x = 0$ で微分可能でないような具体的な $f(x)$ の例を1つだけ挙げなさい。