

数 学

平成29年度

1) $a > 0$ に対して $f(x) = 4ax - x^2$, $g(x) = \frac{a^2}{3}x^2$ とする. 座標平面において, $f(x)$ と $g(x)$ で囲まれる領域の面積を $h(a)$ とおく.

- (1) $f(x)$ と $g(x)$ のグラフの交点の x 座標 p_1, p_2 ($p_1 < p_2$) を求めよ.
- (2) $h(a)$ を最大にする a の値とそのときの領域の面積の値を求めよ.

解答欄	(1) $p_1 =$ $p_2 =$	(2) $a =$ $h(a) =$
-----	---------------------	--------------------

2) 実数を係数とする3次方程式 $x^3 + ax^2 + bx + a^2 = 0$ の解が $\alpha, \alpha + \beta i, \alpha - \beta i$ (i は虚数単位, α, β は0以外の実数) と表されるとする.

- (1) 方程式の係数 a, b, a^2 を α, β を用いて表せ.
- (2) ab 平面に条件を満たす点 (a, b) の描く曲線を図示せよ.

解答欄	$a =$ (1) $b =$ $a^2 =$	(2)
-----	-------------------------------	-----

平成29年度

3) $\frac{n^2}{m} + \frac{m}{n} = 8$ を満たす自然数の組 (m, n) をすべて求めよ.

解答欄	$(m, n) =$
-----	------------

4) 複素数平面上を動く点 P を考える. z_0 を最初の位置として, P は次の規則に従って複素数平面上を動くとする.

(I) コインを投げて表なら $|z_0|$ をかける. (II) コインを投げて裏なら $\frac{z_0}{|z_0|}$ をかける.

コインを n 回投げたときの位置を z_n と表すとする. つまり, コインを 2 回投げたときに 2 回とも表なら $z_2 = |z_0|^2 z_0$, 表 1 回, 裏 1 回なら $z_2 = |z_0| \frac{z_0}{|z_0|} z_0$, 2 回とも裏なら $z_2 = \left(\frac{z_0}{|z_0|}\right)^2 z_0$ となる. ただし, コインの表の出る確率と裏の出る確率は等しいとする. 以下, i を虚数単位

として $z_0 = \frac{1+i\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ とするとき, 次の間に答えよ.

- (1) 5 回コインを投げたときに複素数平面上原点からの距離が 4 以上となる確率, つまり $|z_5| \geq 4$ となる確率を求めよ.
- (2) 10 回コインを投げたときにその偏角が $\frac{5}{4}\pi$ と $\frac{3}{2}\pi$ の間になる確率, つまり $\frac{5}{4}\pi < \arg(z_{10}) < \frac{3}{2}\pi$ となる確率を求めよ. ただし, $\arg(z)$ は複素数 z の偏角を表し, $0 \leq \arg(z) < 2\pi$ とする.
- (3) 15 回コインを投げたとき, 原点からの距離が 15 以上で虚部が負となる確率, つまり $|z_{15}| \geq 15$ かつ $\text{Im}(z_{15}) < 0$ となる確率を求めよ. ただし, $\text{Im}(z)$ は複素数 z の虚部を表す.

解答欄	(1)	(2)	(3)
-----	-----	-----	-----