平成27年度 金沢医科大学医学部入学試験問題
一般入学試験（数学）

1　a を実数とする。座標平面上において，点 $(3, 2)$ を通り傾き a の直線と，点 $(0, -1)$ を通り傾き $2a$ の直線が1点Pで交わっているとする。4点 $O(0, 0)$, $S(1, 0)$, $T(1, 1)$, $U(0, 1)$ で囲まれた正方形OSTUの内部にPが含まれるとき，a の値の範囲は $\dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}} < a < \dfrac{\boxed{ウ}}{\boxed{エ}}$ であり，3点U，P，Sがこの順序で一直線に並ぶとき $a = \dfrac{\boxed{オ} + \sqrt{\boxed{カキ}}}{\boxed{クケ}}$ である。

2　b を正の実数とする。座標平面上に4つの点 $O(0, 0)$, $A(4, 0)$, $B(2, b)$, $C(1, 0)$ がある。Cを通り，三角形OABの面積を二等分する直線を l とする。l は線分AB上の点Eで交わる。Eの座標を b を用いて表すと $\left(\dfrac{\boxed{コ}}{\boxed{サ}}, \dfrac{\boxed{シ}}{\boxed{ス}}b\right)$ となり，l の傾きを b を用いて表すと $\dfrac{\boxed{セ}}{\boxed{ソ}}b$ となる。したがって，l と線分ABが垂直に交わるのは $b = \sqrt{\boxed{タ}}$ のときである。

3　方程式 $y = 2x^2$ で表される放物線 G_1 がある。c を正の実数とする。方程式 $y = -2x + c$ で表される直線 l に関して，原点 $O(0, 0)$ と対称な点をAとする。Aを頂点とし，G_1 を平行移動して得られる放物線を G_2 とする。G_1 と G_2 の交点をPとすると，Pの x 座標は c を用いて $\dfrac{\boxed{チ}}{\boxed{ツ}}c + \dfrac{\boxed{テ}}{\boxed{ト}}$ と表すことができる。したがって，PとAが一致するとき，$c = \dfrac{\boxed{ナ}}{\boxed{ニヌ}}$ である。

4　三角形 OAB において，OA = OB = 2，∠AOB = θ とする。線分 OA を 2 : 1 に外分する点を C とし，3 点 A，B，C を通る円の中心を P とする。このとき，$\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ は $\overrightarrow{\mathrm{OA}}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ と θ を用いて

$$\overrightarrow{\mathrm{OP}} = \frac{\boxed{\text{ネ}}}{\boxed{\text{ノ}}(1+\cos\theta)}\left(\overrightarrow{\mathrm{OA}} + \overrightarrow{\mathrm{OB}}\right)$$

と表すことができる。また，$\theta = \frac{2}{3}\pi$ のとき，$\left|\overrightarrow{\mathrm{OP}}\right| = \boxed{\text{ハ}}$ である。

5　座標平面上に，中心が (1, 1)，半径が 1 の円 C がある。正の実数 h に対して，直線 $y = hx$ と C との交点を A，B とし，直線 $y = \frac{1}{2}hx$ と C との交点を P，Q とする。このとき

$$\lim_{h\to 0}\frac{\mathrm{AB}^2}{\mathrm{PQ}^2} = \boxed{\text{ヒ}}, \qquad \lim_{h\to\infty}\frac{\mathrm{AB}^2}{\mathrm{PQ}^2} = \frac{\boxed{\text{フ}}}{\boxed{\text{ヘ}}}$$

である。

6　正の実数 k に対して関数 $f(x) = x^3 - kx$ を考える。$y = f(x)$ のグラフ C の原点における接線を l とする。l に垂直で C に接する直線のうち，接点の x 座標が正である直線を m とし，この接点を A とする。k が $k > 0$ の範囲を動くとき，A の x 座標は $k = \boxed{\text{ホ}}$ で最小値 $\sqrt{\frac{\boxed{\text{マ}}}{\boxed{\text{ミ}}}}$ をとる。また，A の x 座標が 1 のとき，$k = \frac{\boxed{\text{ム}} \pm \sqrt{\boxed{\text{メ}}}}{2}$ であり，l，m および y 軸で囲まれる三角形の面積は $\frac{\boxed{\text{モ}}}{\boxed{\text{ヤ}}}$ である。